

Задачи по теме «Кривые и поверхности второго порядка»

№1. Составить уравнение эллипса с фокусами в точках $F_1(0,-3)$, $F_2(0,3)$ и большей полуосью, равной 5. Сделать чертеж.

№2. Установить, какую кривую определяет уравнение $4x^2 - 9y^2 = 36$. Найти ее фокусы и асимптоты. Сделать чертеж.

№3. Установить, какую кривую определяет уравнение $y^2 = 3x + 9$. Найти ее фокусы и директрису. Сделать чертеж.

№4. Составить уравнение гиперболы с фокусами в точках $F_1(0,-6)$, $F_2(0,6)$ и мнимой полуосью, равной 3. Найти асимптоты, сделать чертеж.

№5. Установить, какую кривую определяет уравнение $16x^2 - 9y^2 = 144$. Найти ее фокусы, асимптоты. Сделать чертеж.

№6. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(0,4)$ и директриса $y + 4 = 0$. Сделать чертеж.

№7. Установить, какую кривую определяет уравнение $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$. Сделать чертеж.

№8. Определить тип поверхности второго порядка, заданной уравнением. Сделать чертеж. Найти сечение поверхности заданной плоскостью.

	Уравнение поверхности	Уравнение плоскости
1	$x^2 - 4y^2 + 9z^2 - 36 = 0$	$z = 0$
2	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1$	$x = -4$
3	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 0$	$z = 4$
4	$9x^2 + 4y^2 - 36z = 0$	$y = 0$
5	$25x^2 - y^2 - 9z^2 - 225 = 0$	$y = 0$

№9. Вывести уравнение эллипса, фокусы которого расположены в мни-

мых вершинах гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$, а большая полуось равна поло-

вине фокального расстояния этой гиперболы. Изобразить в одной системе координат данную гиперболу и эллипс с найденным уравнением.

№10. Вывести уравнение равносторонней гиперболы, симметричной относительно оси OX , фокусы которой располагаются на директрисе параболы $y^2 = 4x$, а мнимая полуось равна параметру этой параболы. Изобразить данную параболу и полученную гиперболу на одном чертеже. Имеют ли данные кривые точки пересечения?

№11. Привести уравнение гиперболы $9x^2 - 16y^2 = -1$ к каноническому виду, найти координаты её фокусов и вершин, эксцентриситет и уравнения асимптот. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в фокусе гиперболы, а директриса проходит через действительную вершину. Рассмотреть все возможные случаи. Сделать чертёж: изобразить гиперболу и все параболы в одной системе координат.

№12. Уравнение поверхности второго порядка

$9x^2 + 4y^2 - z^2 - 18x + 16y - 11 = 0$ привести к каноническому виду. Определить тип поверхности и сделать чертёж. Установить по одну или по разные стороны от поверхности находятся точки $A(5,1,0)$ и $B(1,0,9)$?

№13. Уравнение поверхности второго порядка $x^2 - 16y^2 - 4z^2 + 6x + 40z - 107 = 0$ привести к каноническому виду. Определить тип поверхности и сделать чертёж. Найти сечения поверхности координатными плоскостями.

№14. Найти точки пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ и поверхности $9x^2 + 4y^2 - 36z^2 - 18x + 16y + 216z - 335 = 0$.

№15. Определить тип поверхности второго порядка $x^2 + 16y^2 + 4z^2 + 6x - 40z + 93 = 0$. Найти сечения поверхности координатными плоскостями.