Прямая в пространстве

Таблица 1. Уравнения прямой в пространстве

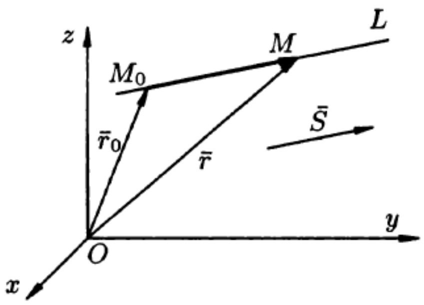
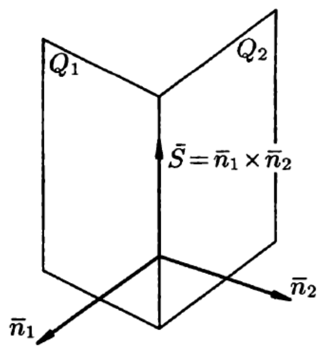
№	Способ задания прямой	Вид уравнения
1.	***Векторное уравнение*** прямой, проходящей через точку M_0, параллельно заданному вектору $\vec{s}$ − направляющий вектор прямой: $\vec{s} \parallel \overrightarrow{M_0M} \;\Rightarrow\; \overrightarrow{M_0M} = t \cdot \vec{s}$, где $t \in \mathbb{R}$ – параметр.	 $\vec{r} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{s}$
2.	***Канонические уравнения*** прямой, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ и параллельно вектору $\vec{s} = \{m, n, p\}$.	$\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n} = \dfrac{z - z_0}{p}$
3.	***Параметрические уравнения*** прямой, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ параллельно вектору $\vec{s} = \{m; n; p\}$.	$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}, t \in (-\infty; +\infty)$
4.	***Общие уравнения прямой*** – прямая как линия пересечения двух плоскостей.	 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$
5.	***Уравнение прямой, проходящей через две точки:*** $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$.	$\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

Таблица 2. Взаимное расположение прямых в пространстве

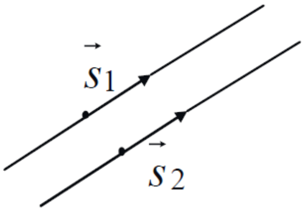
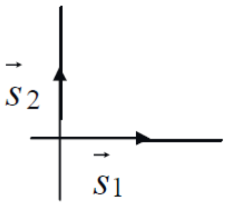
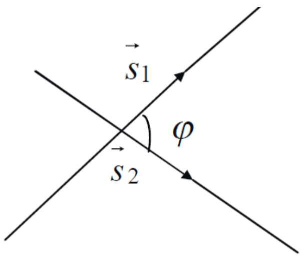
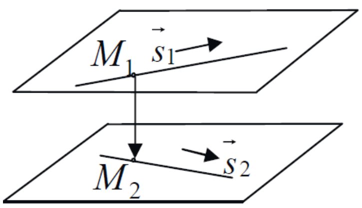
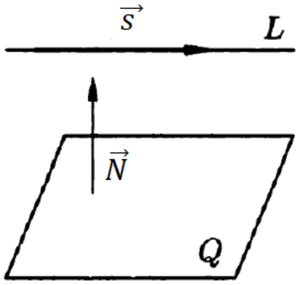
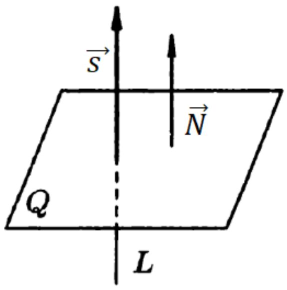
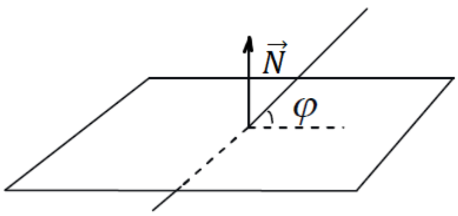
№	Расположение прямых в пространстве	Условия расположения прямых $l_1: \quad \frac{x-x_1}{m_1}=\frac{y-y_1}{n_1}=\frac{z-z_1}{p_1}$ $l_2: \quad \frac{x-x_2}{m_2}=\frac{y-y_2}{n_2}=\frac{z-z_2}{p_2}$
1.	Параллельность 	$\vec{s}_1 \parallel \vec{s}_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$
2.	Перпендикулярность 	$\vec{s}_1 \perp \vec{s}_2 \Leftrightarrow m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0$
3.	Пересечение 	$M_1(x_1;y_1;z_1)\in l_1, M_2(x_2;y_2;z_2)\in l_1$ $\overrightarrow{M_1M_2}\,\vec{s}_1\vec{s}_2=0$ $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ m_1 & n_1 & p_1 \\ m_2 & n_2 & p_2 \end{vmatrix}=0$
4.	Скрещивание 	$M_1(x_1;y_1;z_1)\in l_1, M_2(x_2;y_2;z_2)\in l_1$ $\overrightarrow{M_1M_2}\,\vec{s}_1\,\vec{s}_2\neq 0$ $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ m_1 & n_1 & p_1 \\ m_2 & n_2 & p_2 \end{vmatrix}\neq 0$
5.	Угол между прямыми l_1 и l_2	$\cos\varphi=\frac{\lvert\vec{s}_1\cdot\vec{s}_2\rvert}{\lvert\vec{s}_1\rvert\lvert\vec{s}_2\rvert}=$ $=\frac{\lvert m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2\rvert}{\sqrt{m_1^2+n_1^2+p_1^2}\cdot\sqrt{m_2^2+n_2^2+p_2^2}}$

Таблица 3. Взаимное расположение прямой и плоскости

№	Расположение прямой и плоскости	$L: \quad \dfrac{x-x_0}{m} = \dfrac{y-y_0}{n} = \dfrac{z-z_0}{p}$ $Q: \quad Ax+By+Cz+D=0$
1.	Параллельность 	$\vec{N} \perp \vec{s} \Leftrightarrow \vec{N} \cdot \vec{s} = 0 \Rightarrow$ $Am + Bn + Cp = 0$
2.	Перпендикулярность 	$\vec{N} \parallel \vec{s} \Leftrightarrow \dfrac{A}{m} = \dfrac{B}{n} = \dfrac{C}{p}$
3.	Пересечение 	$\sin\varphi = \dfrac{\lvert Am+Bn+Cp \rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2} \cdot \sqrt{m^2+n^2+p^2}}$
4.	Условие принадлежности прямой плоскости.	$\begin{cases} Am+Bn+Cp=0 \\ Ax_0+By_0+Cz_0+D=0 \end{cases}$
5.	Точка пересечения прямой с плоскостью.	$\begin{cases} Ax+By+Cz+D=0 \\ x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}$