Решаем на «отлично»: ВЕКТОРЫ

- Векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ удовлетворяют условию $\bar{a} \times \bar{b} + \bar{b} \times \bar{c} + \bar{c} \times \bar{a} = 0$. Доказать, что эти векторы компланарны.

- Показать, что объем параллелепипеда, построенного на диагоналях граней данного параллелепипеда, равен удвоенному объему данного параллелепипеда.

- Найти $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) - (\bar{e} \times \bar{f}) \times \bar{q}$, если $\bar{a} = (1; 2; -2)$, $\bar{b} = (-2; 3; 1)$, $\bar{c} = (2; -2; 2)$, $\bar{e} = (-1; 3; 5)$, $\bar{f} = (1; 0; -2)$, $\bar{q} = (3; -2; 2)$.

- Найти объем V пирамиды с вершинами в точках $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. При каком условии точки A_1, A_2, A_3, A_4 принадлежат одной плоскости?

Даны единичные векторы $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$. Зная, что $(\widehat{\bar{e}_1, \bar{e}_2}) = (\widehat{\bar{e}_3, \bar{e}_1 \times \bar{e}_2}) = \alpha$, доказать равенство $(\bar{e}_1 \times \bar{e}_2) \cdot \bar{e}_3 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$.

Зная, что $\bar{c} = \lambda_1 \bar{a} + \lambda_2 \bar{b}$ найти соотношение между векторами $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$, не содержащее коэффициентов λ_1 и λ_2.

Указание. исключить λ_1 можно умножением равенства векторно на $\bar{a}$.

Доказать, что $|\bar{a}\bar{b}\bar{c}| \leqslant |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot |\bar{c}|$; в каком случае имеет место знак равенства?

Чему равно $\bar{a}\bar{b}(\bar{c} + \lambda_1 \bar{a} + \lambda_2 \bar{b})$, где λ_1 и λ_2 — произвольные числа?

- Доказать (геометрически), что при любых векторах $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ векторы $\bar{a}-\bar{b}$, $\bar{b}-\bar{c}$, $\bar{c}-\bar{a}$ компланарны. Каков геометрический смысл этого факта?

- Чему равно $\bar{a}\bar{b}\bar{a}$?

- Известно, что $\bar{c}=\lambda_1\bar{a}+\lambda_2\bar{b}$, λ_1 и λ_2 — числа. Чему равно $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$? Пояснить алгебраически.