

Прямая на плоскости

1. Составить уравнение прямой, симметричной прямой $x + 2y - 6 = 0$ относительно точки $A(4; 2)$.
2. Найти уравнения прямых, на которых лежат биссектрисы углов между прямыми $3x - 4y + 12 = 0$ и $5x + 12y - 2 = 0$.
3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 5)$ на расстоянии 2 единиц от точки $B(0; -1)$.
4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(1; -1)$ так, что середина ее отрезка между прямыми $2x - 3y - 6 = 0$ и $2x - 3y + 6 = 0$ лежала бы на прямой $2x + 15y - 42 = 0$.
5. Две смежные вершины квадрата имеют координаты $(1; 4)$ и $(4; 5)$. Найти координаты двух других вершин.
6. Дан треугольник с вершинами $A(4; 6)$, $B(-3; 0)$, $C(2; -3)$. Найти уравнения прямых, на которых лежат биссектриса AD и высота CE , и величину острого угла между ними.
7. Какие из уравнений:
 - а) $\frac{12}{13}x - \frac{5}{13}y + 1 = 0$,
 - б) $\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}y - 2 = 0$,
 - в) $\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 3 = 0$,
 - г) $x - 3,2 = 0$,
 - д) $y + 1 = 0$являются уравнениями прямых в нормальном виде?
8. Под каким углом к оси Ox надо направить луч из точки $A(2; 4)$, чтобы отраженный луч прошел через точку $B(-5; 3)$?
9. Какому условию должны удовлетворять коэффициенты a и b , чтобы прямые $ax + by + 1 = 0$, $x - y + b = 0$ и $y = 1$ проходили через одну точку?
10. При каком значении a прямые $(a + 1)x + (3 - a)y - 8 = 0$ и $(a - 3)x + (2a - 3)y = 0$ взаимно перпендикулярны?
11. На прямой $2x - y + 4 = 0$ найти точку, координаты которой связаны соотношением $x + y - 7 = 0$.
12. Каково взаимное положение двух прямых, угловые коэффициенты которых равны $-2,5$ и $-0,4$?
13. Даны уравнения боковых сторон равнобедренного треугольника $x + y - 2 = 0$ и $7x - y + 4 = 0$ и точка $(3; 5)$ на его основании. Найти уравнение прямой, на которой лежит основание.
14. Даны координаты середин сторон треугольника: $A(1; 2)$, $B(7; 4)$, $C(3; -4)$. Найти уравнения прямых, на которых лежат стороны треугольника.
15. Даны уравнения $4x - 3y - 17 = 0$ и $4x - 3y + 3 = 0$ двух сторон квадрата и одна из его вершин $A(2; -3)$. Найти уравнения прямых, на которых лежат две другие стороны квадрата.
16. Уравнение одной из сторон угла есть $4x - 3y + 9 = 0$, уравнение его биссектрисы есть $x - 7y + 21 = 0$. Написать уравнение прямой, на которой лежит другая сторона угла.
17. Даны вершины треугольника $A(-1; -1)$, $B(1; 3)$, $C(4; -1)$. Из вершины B опущена высота. К какой из сторон ближе расположена середина этой высоты?
18. Найти уравнение прямой, параллельной прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и отстоящей от нее на расстоянии 3 единицы.
19. Показать, что биссектрисы углов, образованных прямыми $3x + 4y - 9 = 0$ и $12x + 9y - 8 = 0$, перпендикулярны друг другу.
20. Написать уравнения прямых, на которых лежат стороны треугольника, зная одну его вершину $A(2; -7)$, а также уравнение прямых, на которой лежат высота $3x + y + 11 = 0$ и медиана $x + 2y + 7 = 0$, проведенные из различных вершин.

Плоскость и прямая в пространстве

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат, точку $M_0(-1; 2; 1)$ и точку пересечения плоскостей $2x - 4y + 5z = 21$, $x - 3z + 18 = 0$, $6x + y + z - 30 = 0$.
2. Плоскости $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ и $3x + y + 2z - 18 = 0$ образуют треугольную пирамиду. Найти объем куба, вписанного в пирамиду так, что три его грани лежат на координатных плоскостях, одна из его вершин — на последней плоскости ($3x + y + 2z - 18 = 0$).
3. Найти точку, симметричную началу координат относительно плоскости
$$10x + 2y - 11z + 450 = 0.$$
4. Чему равна площадь треугольника, отсеченного плоскостью $2x - 9y + 6z - 12 = 0$ от координатного угла Oxz ?
5. Составить уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы, образованные плоскостями $2x - 2y + z + 5 = 0$ и $x + 2y - 2z - 3 = 0$.
6. Написать уравнение плоскости, расположенной на равном расстоянии от двух данных параллельных плоскостей $4x - 3y + z - 2 = 0$ и $4x - 3y + z + 8 = 0$.
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через две точки $M_1(0; 0; 2)$ и $M_2(0; 1; 0)$ и образующей угол 45° с плоскостью Oyz .
8. Пересекаются ли плоскости $2x - y + z - 140 = 0$, $x - z = 0$, $x + 5y - 2z + 1 = 0$?
9. Найти уравнение проекции прямой $\frac{x}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{-3}$ на плоскость, заданную уравнением $2x - 3y + z - 4 = 0$.
10. Даны вершины треугольника $A(3; -1; -1)$, $B(1; 2; -7)$, $C(-5; 14; -3)$. Составить канонические уравнения биссектрисы его внутреннего угла при вершине B .
11. На плоскости $x - 2y + 4z - 28 = 0$ найти точку M_0 , сумма расстояний от которой до точек $M_1(4; 2; 1)$ и $M_2(-1; 1; 1)$ была бы наименьшей.
12. Найти уравнения плоскости, проходящей через прямую

$$\begin{cases} x + 5y + z = 0, \\ y - z + 4 = 0 \end{cases}$$

и образующей угол 45° с плоскостью $x - 4y - 8z + 12 = 0$.

13. Можно ли через прямую $\frac{x+2}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+1}{-3}$ провести плоскость параллельно плоскости $12x - y + 10z - 3 = 0$?
14. Лежит ли прямая $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-7}$ в плоскости $3x + 2y + z = 0$?
А в плоскости $3x + 2y + z - 1 = 0$?
15. При каких значениях p и B прямая $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{p}$ перпендикулярна плоскости $6x + By - 3z + 1 = 0$?
16. При каком значении A плоскость $Ax - 2y + 4z + 5 = 0$ параллельна прямой
$$\begin{cases} y - z = 0, \\ x + y = 0? \end{cases}$$